

# IKT-basert eksamen i matematikk

## Hvordan besvare Del 2 av eksamen i matematikk?

Vi viser til beslutningen om innføring av revidert eksamensordning for sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk fra og med eksamen våren 2015.

Fra og med eksamen våren 2015 har alle skoler/eksamensarrangører anledning til å gjennomføre Del 2 av eksamen i matematikk som IKT-basert eksamen.

Dersom skolene velger å gjennomføre Del 2 av sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk som IKT-basert eksamen, er det viktig å sette seg inn i Utdanningsdirektoratets informasjon om dette. [Eksamen grunnskole](#)  
[Eksamen videregående](#)

Vi viser også til tidligere publiserte eksempeloppgaver knyttet til forslaget om revidert eksamensordning i matematikk.

- [Eksempeloppgaven for grunnskole finner du her](#)
- [Eksempeloppgaver for videregående opplæring finner du her](#)

Vi viser også til eksamensveiledningen i matematikk som inneholder mer informasjon om IKT-basert eksamen i matematikk.

- [Eksamensveiledningen i matematikk \(grunnskole\) finner du her](#)
- [Eksamensveiledningen i matematikk \(videregående opplæring\) finner du her](#)

Formålet med dette dokumentet er å gi en konkret og praktisk innføring i hvordan man kan bruke datamaskin og digitale verktøy («regneark», «graftegner» og «CAS») for gjennomføre Del 2 av sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk som IKT-basert eksamen. Framgangsmåten er også i henhold til kravene i eksamensveiledningen i matematikk.

Nedenfor kommer først ulike oppgavene fra ulike eksamenskoder i matematikk. Deretter viser vi eksempler på hvordan disse oppgavene kan besvares når man gjennomfører en IKT-basert eksamen i dette faget. Oppgavene nedenfor er et utvalg fra ulike eksamenskoder og er altså ikke nødvendigvis relevante for alle eksamenskodene i matematikk.

## Eksempel på oppgaver i Del 2 av eksamen

### Oppgave 1 (Regneark)

I denne oppgaven skal du bruke regneark.

Live skal få satt inn en ny tann. Behandlingen koster 10 000 kroner. Hun får tilbud om et lån som skal nedbetales i løpet av 10 måneder med avdrag på 1 000 kroner per måned. Renten er 2 % per måned. Alle beløp er i kroner.

	A	B	C	D	E
1	Lån	10000			
2	Rente per måned	2 %			
3	Antall måneder	10			
4					
5	Måned	Restlån	Avdrag	Rentebeløp	Terminbeløp
6	1	10000	1000	200	1200
7	2	9000	1000	180	1180
8	3				
9	4				
10	5				
11	6				
12	7				
13	8				
14	9				
15	10				
16		Sum			

- Bruk formler og lag ferdig nedbetalingsplanen for Live. Ta med formelvisning.
- Framstill terminbeløpene for lånet i et stolpediagram.

En annen bank tilbyr Live et lån med en rente på 1,5 % per måned. Lånene er ellers like.

- Hvor mye sparer Live totalt på å velge dette lånet? Du trenger ikke ny formelvisning.

## Oppgave 2 (Regneark)

På gravsteinen til Arkimedes, en av oldtidens største matematikere, er det hugget inn et bilde av en sylinder og en kule. Kule og sylinderen har samme radius,  $r$ , og høyden i sylinderen er  $2r$ .



- a) Sett opp tabellen nedenfor, bruk regneark og fyll inn det som skal stå i de tomme rutene.

Radius	Overflate av kule, $O_k$	Overflate av sylinder, $O_s$	$\frac{O_k}{O_s}$
1			
3			
7			
10			
16			

- b) Sett opp tabellen nedenfor, bruk regneark og fyll inn det som skal stå i de tomme rutene.

Radius	Volum av kule, $V_k$	Volum av sylinder, $V_s$	$\frac{V_k}{V_s}$
1			
3			
7			
10			
16			

- c) Formuler med ord hvilken sammenheng du har funnet.

### Oppgave 3 (Graftegner)

Antall gram CO<sub>2</sub> en bil slipper ut per kilometer, er gitt ved

$$f(x) = 0,046x^2 - 6,7x + 386$$

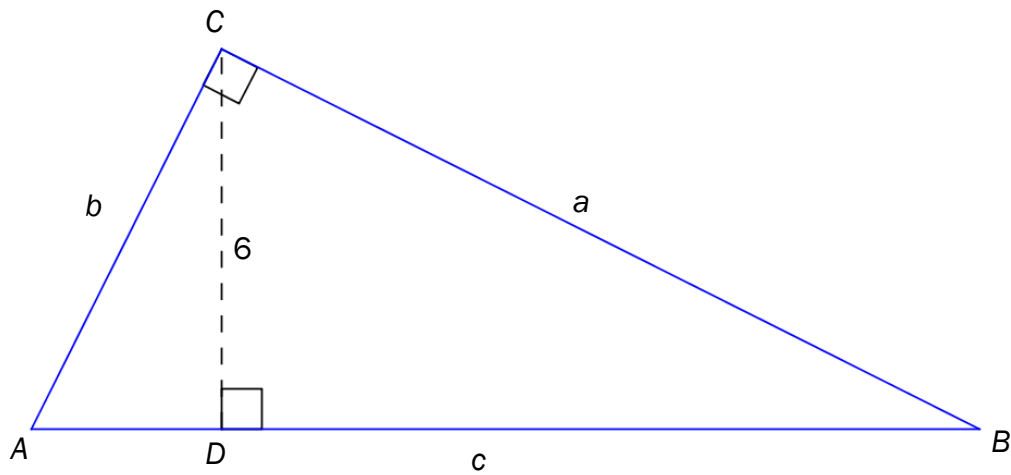
Der  $x$  er farten til bilen målt i km/h.



- Bruk graftegner og tegn grafen til  $f$  i et koordinatsystem for  $x$ -verdier fra 20 til 100. Hvor mange gram CO<sub>2</sub> slipper bilen ut per kilometer dersom den holder en fart på 60 km/h?
- Hvilken fart gir minst CO<sub>2</sub>-utslipp per kilometer? Hvor stort er CO<sub>2</sub>-utslippet per kilometer da?

### Oppgave 4 (CAS)

En rettvinklet  $\triangle ABC$  har sidene  $a$ ,  $b$  og  $c$  og omkrets lik 30. Høyden  $CD$  på  $AB$  er lik 6.



- Bruk opplysningene ovenfor og sett opp et likningssystem.
- Bruk CAS til å bestemme lengden på sidene  $a$ ,  $b$  og  $c$ .  
Hvor mange ulike løsninger er mulige?

## Oppgave 5

Som vist i tabell 1 nedenfor har salget av CD-er i Norge minnet de siste årene.

**Tabell 1:**

Antall år etter 2002	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Omsetning (mill. kroner)	943	866	876	759	659	620	526	473	352	235

- a) I hvilket år kan vi regne med at CD-salget er slutt dersom vi går ut fra at utviklingen fortsetter på samme måte?

Omsetningen av nedlastet/streamet musikk har derimot økt, som vist i tabell 2 nedenfor.

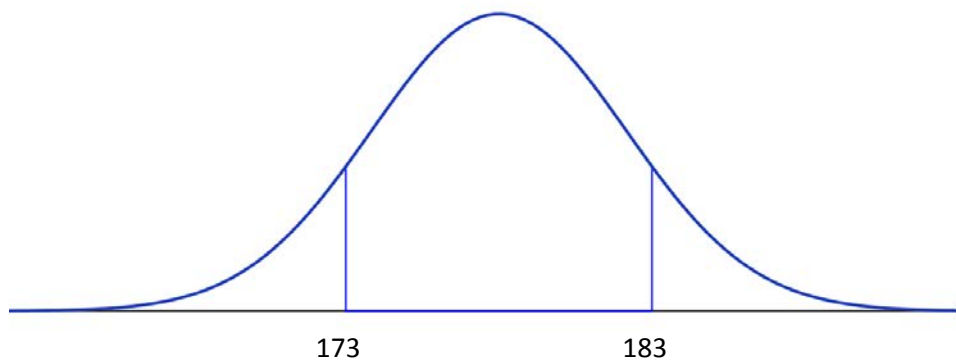
**Tabell 2:**

Antall år etter 2006	0	1	2	3	4	5
Omsetning (mill. kroner)	26	42	57	89	143	248

- b) Bestem en eksponentiell modell  $f(x)$  som viser omsetningen som funksjon av antall år etter 2006. Hvor stor omsetning kan musikkbransjen regne med i 2013 dersom utviklingen fortsetter på denne måten?

## Oppgave 6

I en gruppe elever er høyden tilnærmet normalfordelt, med forventningsverdi  $\mu$  og standardavvik  $\sigma$ .



I denne fordelingen er 10 % av elevene lavere enn 173 cm og 10 % høyere enn 183 cm.

- Bestem  $\mu$ . Hvor mange prosent av elevene er lavere enn 183 cm?
- Bestem  $\sigma$ .

## Hvordan besvare oppgavene som IKT-basert eksamen

Nedenfor viser vi en liste som inneholder et forslag til hvordan men helt konkret går fram når Del 2 skal besvares og gjennomføres som IKT-basert eksamen. Tekstbehandlingsdokument med skolens navn, kandidatnummer, sidetall og oppgaveoverskrifter kan lages som en mal før eksamen starter.

- PGS: Utdanningsdirektoratets prøvegjennomføringssystem
- PAS: Utdanningsdirektoratets prøveadministrasjonssystem

Etter dette viser vi hvordan vi kan bruke digitale verktøy til å besvare disse seks oppgavene i Del 2 fortløpende.

1. Logg inn i PGS-A.
2. Last ned eksamensoppgaven (dersom du ikke har den i papirform).
3. Åpne et tekstbehandlingsdokument på datamaskinen.
4. Lag topptekst med skolens navn, kandidatnummer og sideantall.
5. Lag nummererte oppgaveoverskrifter i rekkefølge.
6. Bruk ulike digitale verktøy, ta skjermdump (*print screen*) og lim inn i tekstbehandlingsdokumentet. Klipp eventuelt til skjermdump.
7. Kommenter og besvar oppgavene i henhold til oppgaveteksten.
8. Lagre besvarelsen som en PDF-fil.
9. Last besvarelsen (PDF-filen) opp i PGS-A.
10. Besvarelsen sendes elektronisk til sensor via PAS.



# Oppgave 1

a)

	A	B	C	D	E
1	Lån	10000			
2	Rente per måned	2 %			
3	Antall måneder	10			
4					
5	Måned	Restlån	Avdrag	Rentebeløp	Terminbeløp
6	1	10000	1000	200	1200
7	2	9000	1000	180	1180
8	3	8000	1000	160	1160
9	4	7000	1000	140	1140
10	5	6000	1000	120	1120
11	6	5000	1000	100	1100
12	7	4000	1000	80	1080
13	8	3000	1000	60	1060
14	9	2000	1000	40	1040
15	10	1000	1000	20	1020
16					
17		SUM	10000	1100	11100

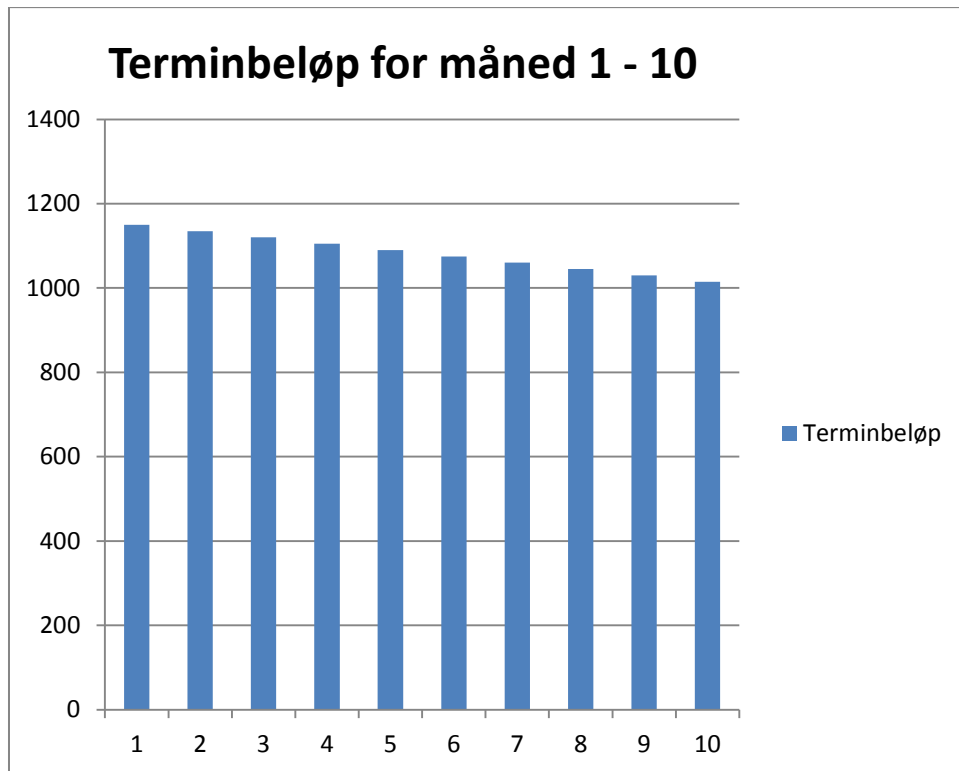
Formler som er brukt:

	A	B	C	D	E
1	Lån	10000			
2	Rente per måned	0,02			
3	Antall måneder	10			
4					
5	Måned	Restlån	Avdrag	Rentebeløp	Terminbeløp
6	1	=B1	=B1/B3	=B6*B2	=C6+D6
7	=A6+1	=B6-C6	=B1/B3	=B7*B2	=C7+D7
8	=A7+1	=B7-C7	=B1/B3	=B8*B2	=C8+D8
9	=A8+1	=B8-C8	=B1/B3	=B9*B2	=C9+D9
10	=A9+1	=B9-C8	=B1/B3	=B10*B2	=C10+D10
11	=A10+1	=B10-C9	=B1/B3	=B11*B2	=C11+D11
12	=A11+1	=B11-C10	=B1/B3	=B12*B2	=C12+D12
13	=A12+1	=B12-C11	=B1/B3	=B13*B2	=C13+D13
14	=A13+1	=B13-C12	=B1/B3	=B14*B2	=C14+D14
15	=A14+1	=B14-C13	=B1/B3	=B15*B2	=C15+D15
16					
17		SUM	=SUMMER(C6:C16)	=SUMMER(D6:D16)	=SUMMER(E6:E16)

## Oppgave 1 fortsatt

b)

Stolpediagram:



## Oppgave 1 fortsatt

c)

	A	B	C	D	E
1	<b>Lån</b>	10000			
2	<b>Rente per måned</b>	2,0%			
3	<b>Antall måneder</b>	10			
4					
5	<b>Måned</b>	<b>Restlån</b>	<b>Avdrag</b>	<b>Rentebeløp</b>	<b>Terminbeløp</b>
6	1	10000	1000	200	1200
7	2	9000	1000	180	1180
8	3	8000	1000	160	1160
9	4	7000	1000	140	1140
10	5	6000	1000	120	1120
11	6	5000	1000	100	1100
12	7	4000	1000	80	1080
13	8	3000	1000	60	1060
14	9	2000	1000	40	1040
15	10	1000	1000	20	1020
16					
17		<b>SUM</b>	<b>10000</b>	<b>1100</b>	<b>11100</b>
18					
19					
20	<b>Lån</b>	10000			
21	<b>Rente per måned</b>	1,5%			
22	<b>Antall måneder</b>	10			
23					
24	<b>Måned</b>	<b>Restlån</b>	<b>Avdrag</b>	<b>Rentebeløp</b>	<b>Terminbeløp</b>
25	1	10000	1000	150	1150
26	2	9000	1000	135	1135
27	3	8000	1000	120	1120
28	4	7000	1000	105	1105
29	5	6000	1000	90	1090
30	6	5000	1000	75	1075
31	7	4000	1000	60	1060
32	8	3000	1000	45	1045
33	9	2000	1000	30	1030
34	10	1000	1000	15	1015
35					
36		<b>SUM</b>	<b>10000</b>	<b>825</b>	<b>10825</b>
37					
38	Live sparer:	275			

Når vi endrer renten til 1,5 %, ser vi at Live sparer totalt 275 kroner i løpet av 10 måneder.

## Oppgave 2

a)

	A	B	C	D
1	Radius	Overflate kule	Overflate sylinder	Overflate kule/Overflate sylinder
2	1	12,566	18,850	0,667
3	3	113,097	169,646	0,667
4	7	615,752	923,628	0,667
5	10	1256,637	1884,956	0,667
6	16	3216,991	4825,486	0,667

Formelvisning:

	A	B	C	D
1	Radius	Overflate kule	Overflate sylinder	Overflate kule/Overflate sylinder
2	1	$=4*PI()*A2^2$	$=2*PI()*A2^2+2*PI()*A2*2*A2$	$=B2/C2$
3	3	$=4*PI()*A3^2$	$=2*PI()*A3^2+2*PI()*A3*2*A3$	$=B3/C3$
4	7	$=4*PI()*A4^2$	$=2*PI()*A4^2+2*PI()*A4*2*A4$	$=B4/C4$
5	10	$=4*PI()*A5^2$	$=2*PI()*A5^2+2*PI()*A5*2*A5$	$=B5/C5$
6	16	$=4*PI()*A6^2$	$=2*PI()*A6^2+2*PI()*A6*2*A6$	$=B6/C6$

b)

	A	B	C	D
10	Radius	Volum kule	Volum sylinder	Volum kule/Volum sylinder
11	1,000	4,189	6,283	0,667
12	3,000	113,097	169,646	0,667
13	7,000	1436,755	2155,133	0,667
14	10,000	4188,790	6283,185	0,667
15	16,000	17157,285	25735,927	0,667

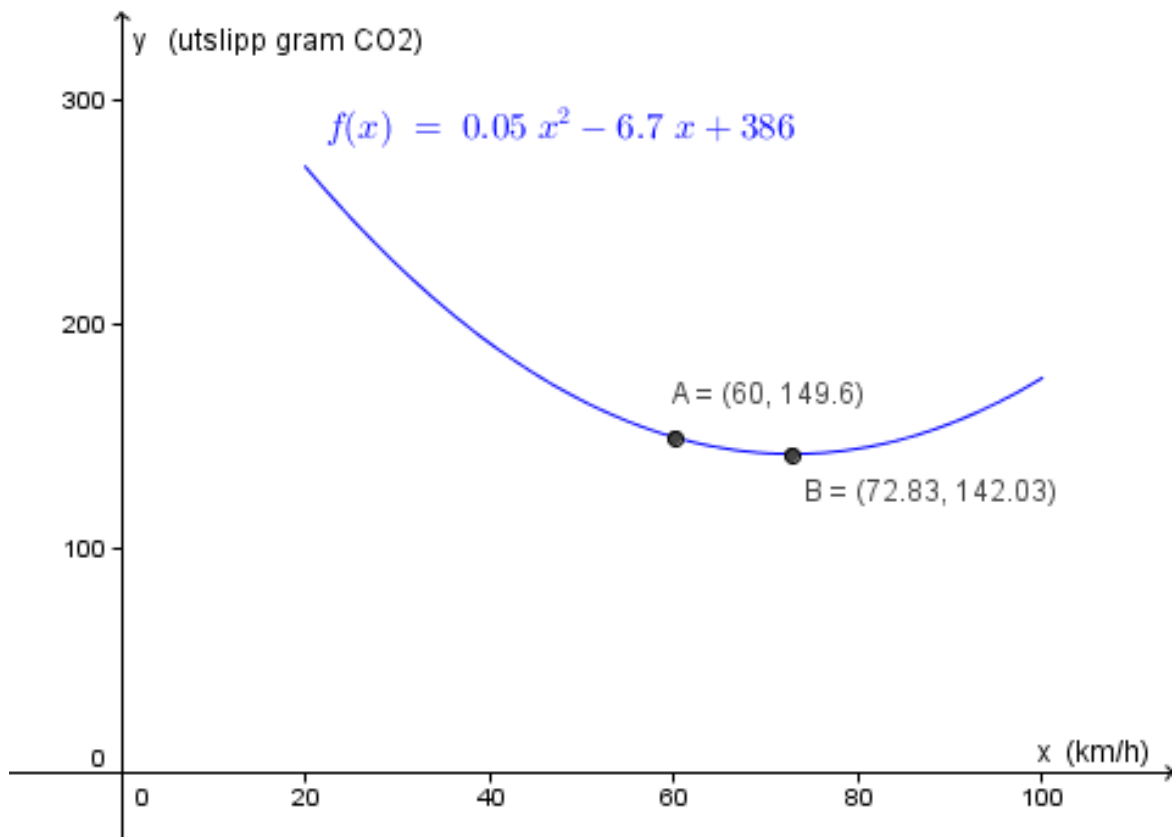
Formelvisning:

	A	B	C	D
10	Radius	Volum kule	Volum sylinder	Volum kule/Volum sylinder
11	1	$=4/3*PI()*A11^3$	$=PI()*A11^2*2*A11$	$=B11/C11$
12	3	$=4/3*PI()*A12^3$	$=PI()*A12^2*2*A12$	$=B12/C12$
13	7	$=4/3*PI()*A13^3$	$=PI()*A13^2*2*A13$	$=B13/C13$
14	10	$=4/3*PI()*A14^3$	$=PI()*A14^2*2*A14$	$=B14/C14$
15	16	$=4/3*PI()*A15^3$	$=PI()*A15^2*2*A15$	$=B15/C15$

c)

- Overflaten av kulen er 2/3 av overflaten av sylindren.
- Volumet av kulen er 2/3 av volumet av sylindren.

### Oppgave 3



- Bilen slipper ut 149,6 g CO<sub>2</sub> når farten er 60 km/h (jf. punkt A på grafen til  $f$ ).
- En fart på ca. 73 km/h gir minst utslipp. Utslippet er da 142 g CO<sub>2</sub> (jf. bunnpunkt B på grafen til  $f$ ). Har brukt kommandoen Ekstremalpunkt[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]

## Oppgave 4

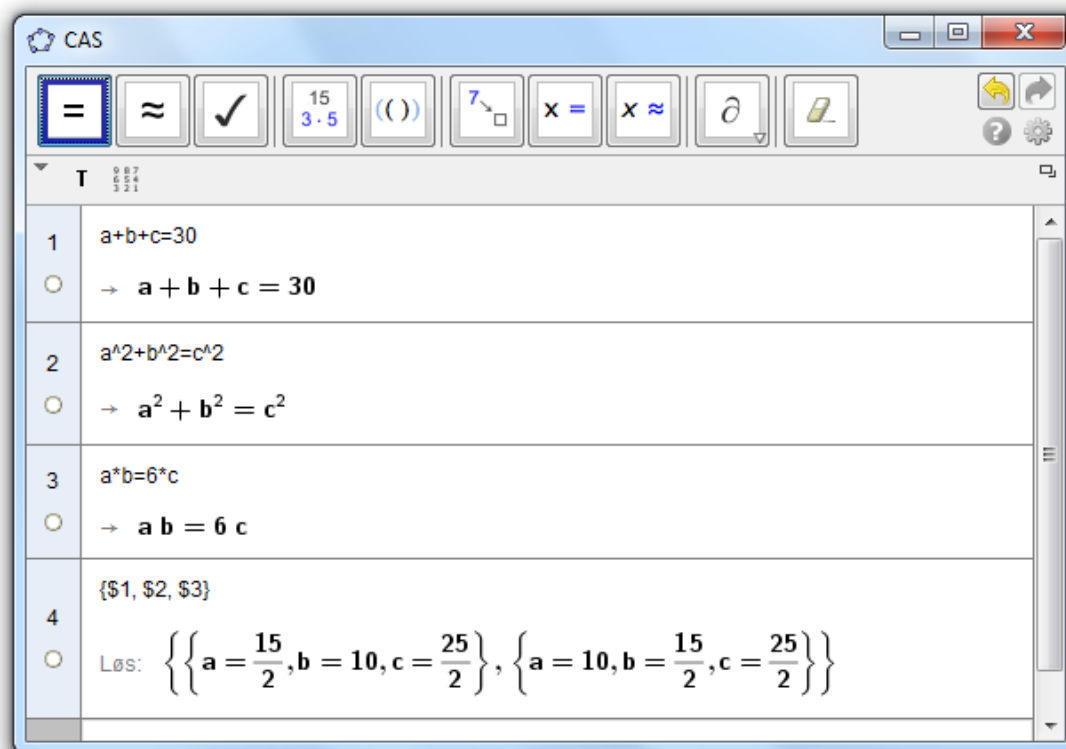
a)

Likningssystem:

$$\left[ \begin{array}{l} a+b+c=30 \\ a^2+b^2=c^2 \\ ab=6c \end{array} \right] \quad \text{Forklaring:} \quad \left[ \begin{array}{ll} a+b+c=30 & \text{Omkrets} \\ a^2+b^2=c^2 & \text{Pytagoras} \\ ab=6c & \text{Areal} \end{array} \right]$$

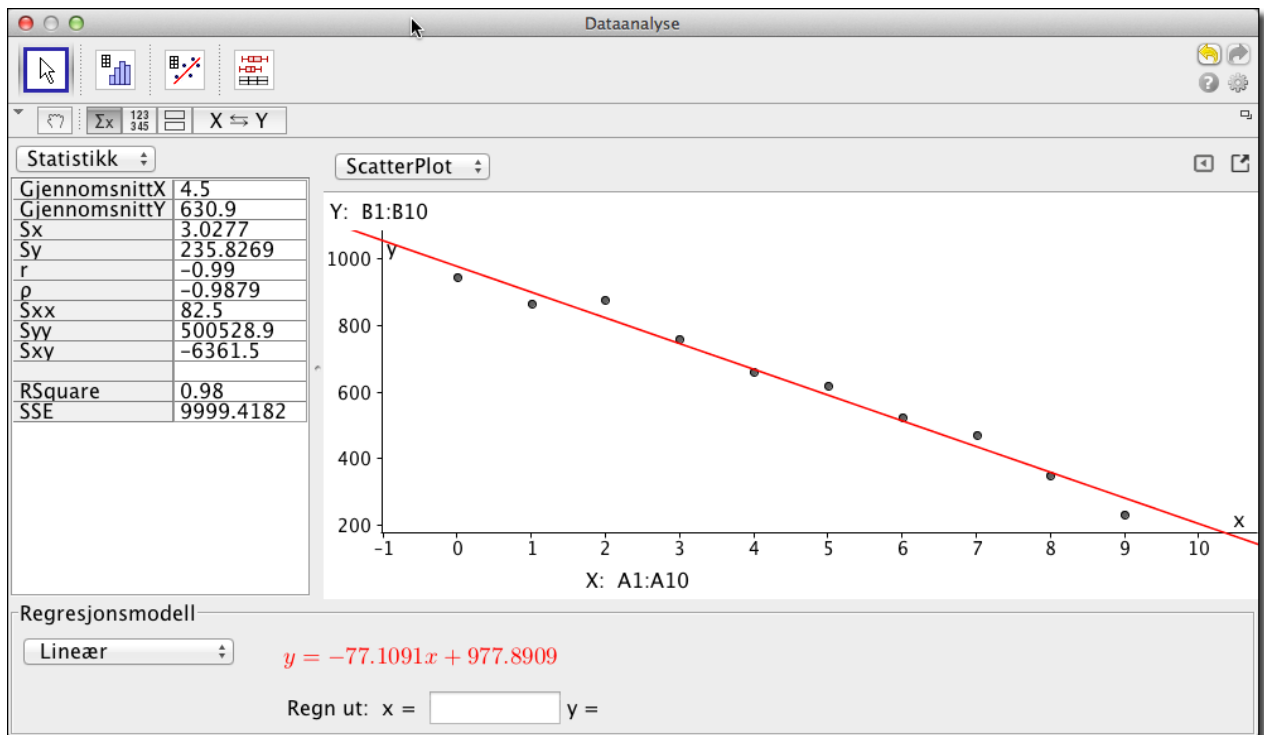
b)

CAS gir 2 mulige løsninger:



## Oppgave 5

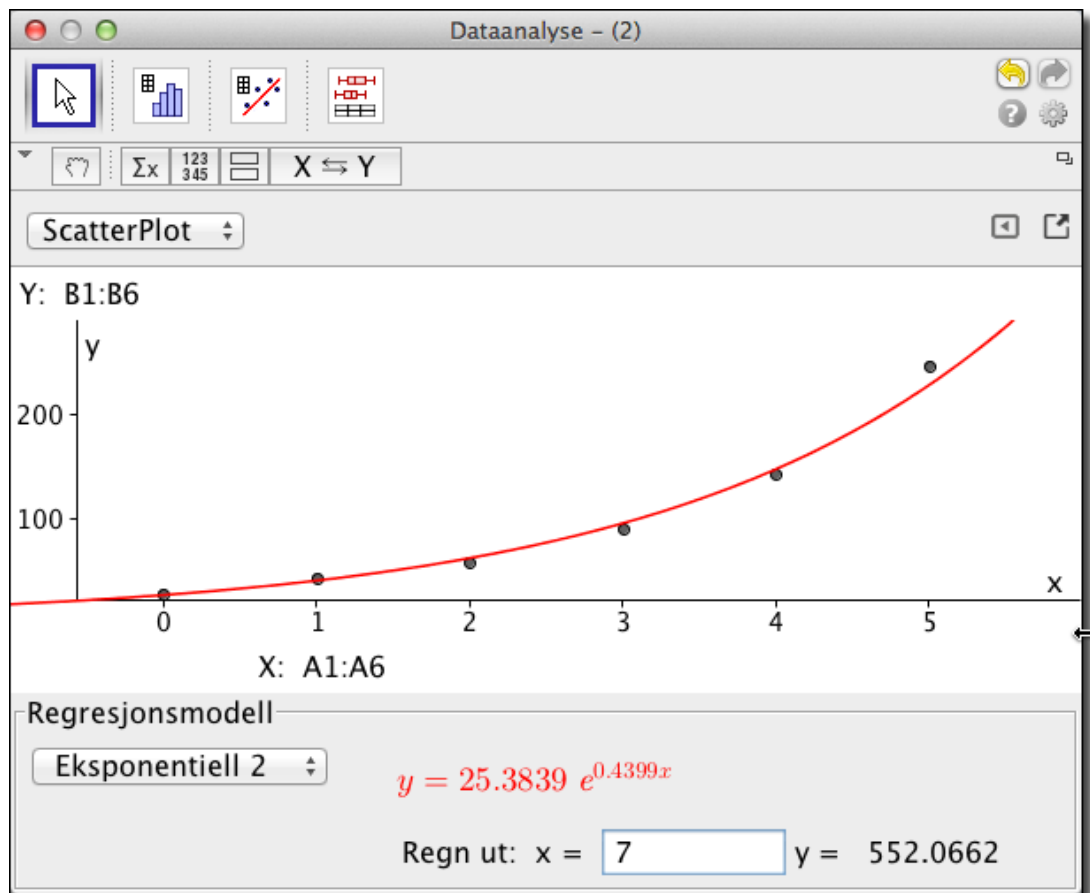
a)



Lineær regresjon gir oss  $g(x) = -77,1x + 977,9$ . Løser likningen  $g(x) = 0$  og får at  $x = 12,7$ . Det vil si at i slutten av 2014 vil CD-salget være null med denne modellen.

## Oppgave 5 fortsatt

b)



Eksponentiell regresjon gir  $f(x) = 25,38 \cdot e^{0,4399x}$

Når  $x=7$  er  $y=552$ . Det vil si at omsetningen vil være rundt 552 millioner kr i 2013.



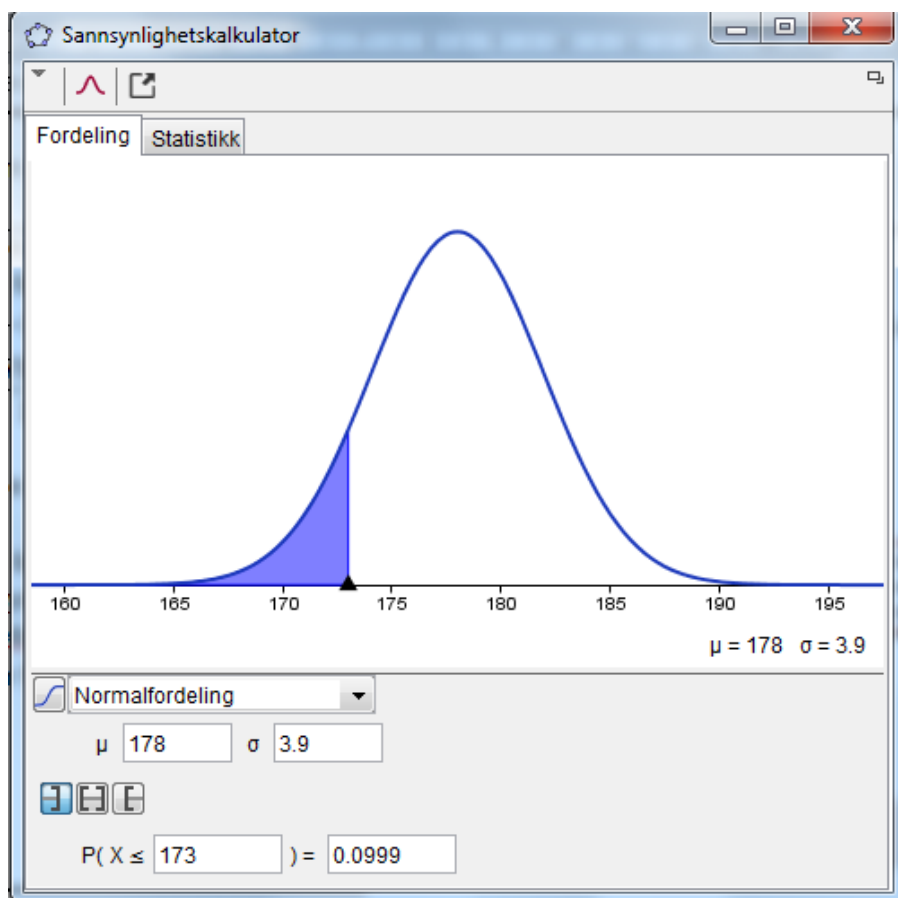
## Oppgave 6

a)

$\mu$  må ligge midt mellom 173 og 183. Altså er  $\mu = \frac{183+173}{2} = 178$ .

Andelen elever som er kortere enn 183 er  $1 - 10\% = 90\%$

b)



Bruker sannsynlighetskalkulator og prøver med ulike verdier for  $\sigma$ . Vi ser at  $\sigma = 3,9$ .

En likning kan også løses i CAS med samme resultat:

```
3 FordelingNormal[178,σ,173]=0.1
○ NLøs: {σ = 3.9}
```